1. Pojęcie obliczalności. Teza Churcha. Funkcje częściowo rekurencyjne.

**Teza Churcha-Turinga**

Każdy problem obliczeniowy, dla którego intuicyjnie istnieje algorytm jest obliczalny.

- nie da się udowodnić

- jest to bardziej aksjomat niż strikte teza matematyczna

- Mówi o tym, że każdy problem, który może być rozwiązany na dowolnym komputerze(nawet takim, który nie został jeszcze skonstruowany), może być rozwiązany przy pomocy urządzenia maszynowego dysponującego niograniczonym (ale skończonym) czasem oraz nieograniczoną (ale skończoną) pamięcią.

Problemy takie możemy przedstawiać za pomocą maszyny licznikowej. Jeśli potrafimy przedstawić rozwiązanie problemu za pomocą programu na maszynę licznikową, wówczas jest to problem obliczalny.

**Maszyna licznikowa**

Mamy cztery operacje na maszynie licznikowej:

1. Z(n) = R[n] = 0
2. S(n) = R[n] = R[n] + 1
3. T(m, n) = R[n] = R[m]
4. I(m, n, q) = if(R[m] == R[n]) { GO TO q }

**Def Program na ML**

Programem na maszynę licznikową (ML-Programem) nazwiemy dowolny, niepusty ciąg ML-instrukcji.

**Def**

Powiemy, że ML-Program P oblicza funkcjęczęściową f: Nk -> N jeżeli po uieszczeniu argumentów (x1, ..., xk) = x, w rejestrach R[1], ... R[k] i wyzerowaniu pozostałych, P zatrzyma się zwracając w rejestrze R[0] wartość f(x1, ..., xk), dokłądnie wtedy, gdy (x1, ..., xk) należy do dziedziny funkcji.

**Def**

Funkcję częściową f: Nk -> N nazywamy ML-Obliczalną (obliczalną) jeżeli istnieje ML-Program, który ją oblicza.

**Funkcje częściowo rekurencyjne**

Funkcjami prostymi są:

* Funkcja zerowa f(X1, X2, ...,Xn) = 0
* Funkcja następnika f(X) = X + 1
* Rzutowanie f(X1, X2, ...,Xn) = Xi

Zbiór funkcji **pierwotnie rekurencyjnych** definiujemy jako najmniejszy zbiór funkcji zawierający funkcje proste, który jest zamknęty ze względu na operacje podstawiania oraz rekursji.

Zbiór funkcji **częściowo rekurencyjnych** definiujemy jako najmniejszy zbiór funkcji zawierający funkcje bazowe, który jest zamknięty ze względu na operacje podstawiania, rekursji oraz minimalizacji. Funkcje częściowo rekurencyjne, które są totalne, nazywamy **funkcjami rekurencyjnymi**.

Tutaj należy przypomnieć, co to są operacje: podstawiania, rekursji oraz minimalizacji(są w zeszycie wraz z dowodami). Oraz funkcję Ackermana

**Tw.**

Każda funkcja częściowo rekurencyjna jest obliczalna.

Każda funkcja ML-Obliczlna jest częściowo rekurencyjna

Tutaj jeszcze trzeba powiedizeć o maszynie turinga oraz o dowodzeniu przez pokazywanie, że jakaś złożona funkcja składa się z mniej złożonych i te mniej złożone składają się z podsawowych a one są częściowo rekurencyjne.